

DIETUS ELBL

AUFSATZ

Beweis und Wahrheit

Die Suche nach den Beweisen

von Dietus Elbl

DIESER AUFSATZ IN ANDEREN SPRACHEN

English · Français · Italiano

zahlen.cc · office@zahlen.cc

Kurt Gödel und sein Unvollständigkeitssatz

BEWEISBARKEIT UND WAHRHEIT

Kurt Gödel: "Über formal unentscheidbare Sätze der *principia mathematica* und verwandte Sätze"

"Alle widerspruchsfreien axiomatischen Formulierungen der Zahlentheorie enthalten unentscheidbare Aussagen."

das heißt: es gibt Aussagen, die *weder falsch noch richtig, sondern unbeweisbar sind*, aber wahr.

> "Lesen sie diesen Satz nicht!" <

Er zeigte, dass es in einem hinreichend reichhaltigem Axiomensystem das die Theorie der Zahlen umfasst, stets Sätze gibt, die nicht aus den Axiomen abgeleitet werden können, obwohl die Sätze wahr sind. Widerspruchsfreiheit kann nur dann bewiesen werden, wenn man zu einem umfassenderen System übergeht. Gödel zeigte, dass *BEWEISBARKEIT* ein schwächerer Begriff ist als *WAHRHEIT*, unabhängig davon, um welches axiomatische System es sich handelt.

Der Einfall, die Mathematik "introspektiv" zu machen, war außergewöhnlich fruchtbringend mit der Vorstellung von einem Code verbunden *("= Gödel Nummerierung")*, wo Zahlen für Symbole oder Symbolfolgen stehen. Zahlentheoretische Sätze kann man auf daher auf zwei verschiedenen Ebenen verstehen:

* als zahlentheoretische Aussage
* als Aussage *über* zahlentheoretische Aussagen

In diesem Abschnitt möchte ich auf den Zusammenhang zwischen Wissenschaft, Beweis und Wahrheit eingehen. Obiger Text verweist auf den Mathematiker Kurt Gödel, der sich eingehend dazu geäußert hat. Seine herausragenden Arbeiten beweisen im Prinzip die offene Struktur lebender Systeme, die durch den Sinn wie mit einem roten Faden miteinander verknüpft sind und die durch hierarchische funktionelle Anbindungen miteinander in Verbindung stehen. Über Resonanzen werden diese kohärent gesteuert und ergeben in Summe einen einheitlichen und symbiotisch ausgerichteten Organismus.

Nachfolgende Informationen zur Person Gödels und zum Thema finden sich im Internet wie auch in zahllosen Büchern, ich habe sie auf das Wesentliche verkürzt und komprimiert.

Gödel zeigte 1931 in seinem Hauptwerk: "Über formal unentscheidbare Sätze der *principia mathematica* und verwandte Sätze", dass es in einem hinreichend reichhaltigen Axiomensystem das die Theorie der Zahlen umfasst, stets Sätze gibt, die nicht aus den Axiomen abgeleitet werden können, obwohl die Sätze wahr sind. Widerspruchsfreiheit kann nur dann bewiesen werden, wenn man zu einem umfassenderen System übergeht. Mathematik ist nach Gödels Erkenntnissen mehr als ein formales System von Axiomen und Ableitungsregeln.

In seiner absolut reinsten Fassung stellt Gödels Entdeckung die Übersetzung eines uralten philosophischen Paradoxons in die Sprache der Mathematik dar. Es handelt sich dabei um die sogenannte *Epimenides-* oder *Lügen-Paradoxie:*

Epimenides war ein Kreter, der sagte: "Alle Kreter sind Lügner"

Gödels Satz: ***"Alle widerspruchsfreien axiomatischen Formulierungen der Zahlentheorie enthalten unentscheidbare Aussagen."***

Die dahinter stehende Idee war folgende: das mathematisches Denken zur Erforschung des mathematischen Denkens selbst zu verwenden. Dieser Einfall, die Mathematik "introspektiv" zu machen, war außergewöhnlich fruchtbringend und führte u.a. zum Unvollständigkeitssatz. Gödel erkannte, dass eine zahlentheoretische Aussage etwas über eine zahlentheoretische Aussage selbst aussagen kann, und das Kernstück seiner Konstruktion ist die Vorstellung von einem Code *("= Gödel Nummerierung")*, wo Zahlen für Symbole oder Symbolfolgen stehen. Jede Aussage der Zahlentheorie erhält eine Gödel Nummer, mit der sie bezeichnet werden kann. Und damit wird es möglich, dass man zahlentheoretische Sätze auf zwei verschiedenen Ebenen verstehen kann:

** als zahlentheoretische Aussage*
** als Aussage über zahlentheoretische Aussagen*

Gödels Werk bildet nur einen Teil der lang andauernden Bemühungen der Mathematiker, sich darüber klar zu werden, was ***Beweise*** sind. Wichtig ist festzuhalten, dass Beweise innerhalb fester Systeme von Aussagen operieren. In Gödels Fall ist das feste System zahlentheoretischer Schlüsse auf die sich das Wort Beweis bezieht, das der *"principia mathematica" (p.m.)*, ein gigantisches Werk von *B. Russell* und *Alfred North Whitehead*, das von 1910 bis 1913 veröffentlicht wurde.

Umgangssprachlich bedeutet Gödels Satz: Für diesen Satz der Zahlentheorie gibt es im System der p.m. keinerlei Beweise.
Das heißt: die Paradoxie ist *weder falsch noch richtig, sondern unbeweisbar*, aber wahr. Daraus folgt, es gibt wahre zahlentheoretische Aussagen für deren Beweis die Methoden der p.m. zu schwach sind. Gödel zeigte, dass *Beweisbarkeit* ein schwächerer Begriff ist als *Wahrheit*, unabhängig davon, um welches axiomatische System es sich handelt.

In letzter Konsequenz folgt daraus, dass sich "Beweisbarkeit" und "Wahrheit" antagonistisch gegenüberstehen. Befasst man sich mit "absoluter Wahrheit", gibt es keine Möglichkeit eines Beweises, und

bewegt man sich auf der Ebene der Beweisbarkeit, fehlt immer ein Teil der Wahrheit.

BEWEIS UND WAHRHEIT

Beispiel

> *Eine Person steht am Waldrand und beobachtet ein scheues Reh, dass noch nie jemand gesehen hat. Es bleibt für kurze Zeit sichtbar und verschwindet dann wieder im Wald.*

Für die betreffende Person ist das Erlebnis echt und wahr, für die Gesellschaft jedoch solange ein Mythos (Superposition), bis es von anderen Menschen ebenfalls beobachtet wurde. Da niemand wissen kann, ob das betreffende Tier wieder auftaucht (oder für immer im Wald verbleiben wird, ob es vielleicht unmittelbar danach stirbt und deshalb nie wieder sichtbar werden kann) bleibt die Beweisbarkeit ein Rätsel.

Aus diesem Beispiel erkennen wir, dass der Prozess der Beweisführung ein schwächeres Argument als die Wahrheit (Tatsächlichkeit) des Seins ist (siehe K.Gödel). Im Vorgang des Beweisens ersetzen wir die Tatsächlichkeit des "es ist" durch eine partielle Kopie die auf nachvollziehbarer Ähnlichkeit und Ordnung aufbaut. Ist die Tatsächlickeit der Wahrnehmung eines Objektes hochgradig unlogisch, so verweigert die Gesellschaft diesem Ereignis das Prädikat wahr, ungeachtet des realen Ereignisses. Kann niemand (oder kein Experte) die selben Erfahrungen (Experimente) wiederholen, bleibt die Tatsache im Reich der Phantasie angesiedelt. Es ist einsichtig, dass die Beweisführung niemals die Wahrheit oder Tatsächlichkeit eines individuellen und subjektiven Wahrnehmungsereignisses beurteilen kann, sondern als inneren Kern eine eingeschränkte Definition des "es ist-Zustandes" in Form einer kollektiv akzeptieren Weltsicht aufweist.
Der "Beweis" als solches ist daher trotz missverständlicher Definition ein Sozialisierungsvorgang der Tatsächlichkeit, in dem die für eine Elite (Experten) zugänglichen Aspekte der ganzen Wahrheit festgeschrieben werden. Somit ist jeder Beweis dieser Kategorie völlig ungeeignet, um individuelle Wahrheiten zu erfassen oder zu beurteilen, weil sie nicht primäre Seinstatsächlickeiten wiedergeben, sondern einen Annäherungsprozess an diese individuell fassbaren subjektiven Wahrheiten definieren.

Weiters kann das Ganze niemals aufgrund eines Teilaspektes rekonstruiert werden, was im Falle der hier beschriebenen Form der Beweisführung Teil derselben ist. Der kollektive Zugang zur Wahrheit verläuft über Mittler (Experten, Priester, Schamanen etc.) wobei diese die Brücke von der Möglichkeit zur Tatsächlichkeit spannen, ein Vorgang, der von den vorliegenden Indizien bzw. sogenannten Fakten abhängig ist. Diese wiederum sind an den jeweiligen Wissenstand einer Gesellschaft gebunden, was eine radikale Einschränkung in die Wahrnehmungsmöglichkeiten einer Kultur darstellt. Was nicht allgemein akzeptiert ist, kann auch nicht woanders gefunden werden, denn um eine Tatsache oder Wahrheit anzunehmen, benötigt man ein geordnetes System, welches die Einbettung des Neuen ermöglicht.

DIE NEGATION UND DIE FUNKTION DES BEWEISSPIEGELS

Der Beweis im idealtypischen positiven Verständnis bildet die Wirklichkeit nicht ab, sondern spiegelt und kopiert sie als Negation. Genauso wie ein Spiegel als permanenter Zustand der ursprünglichen Leere jede Form von körperlicher Wirklichkeit negiert, so ist der Beweis das Negativ der Wahrheit, wie sie im einzigartigen Moment vorliegt. Der Spiegel verneint deshalb die Welt, weil er alles reflektiert und sich weigert, Objekthaftes in sich aufzunehmen. Somit entsteht kein Abbild der Welt in seinem Inneren, was die körperliche Realität ausspart.
Der Beweis – der als zentrale Elemente Wiederholbarkeit und nachvollziehbare Logik beinhaltet – negiert und kopiert in diesem Sinne die Wahrheit über ihr "nicht-so-sein" oder ihr Gegenteil. Wo die Wahrheit noch auf Spontanität und Chaos aufbaut, findet sich im Beweis Wiederholbarkeit und nachvollziehbare Logik, Aspekte die im Kern des Begriffes Wahrheit fehlen. Ausserdem spiegelt der Beweis die Wahrheit in einer endlosen fraktalen Kette, und wie jedes Spiegelbild reflektiert der Spiegel die Substanz, ohne sie zu enthalten. Der Beweis illustriert somit den Weg der subjektiven Wahrheit, den diese bis zu ihrer Integration im Körper der Gesellschaft zurücklegt. Ein Weg kann jedoch nie für die Prüfung einer Tatsache und einer Momentaufnahme herangezogen werden, weswegen ein "Beweis" als solches ein Wiederspruch in sich ist.

Folgen wir der idealtypischen Bezugslogik und interpretieren wir die Wahrheit als singuläre und subjektiv erfahrbare Momentaufnahme eines Seinszustandes, so spiegelt der Beweis diesen Moment dezimal verformt um eine Dimension. Diese Beweiskette lässt sich beliebig verlängern und kumuliert in einer umfassenderen Wahrheit als zu Beginn vorliegt. Das Kollektiv enthält alle Spiegelbilder desselben Ursprungsmotivs/objekts als "Summe", wobei im Grenzwert des Endergebnisses die primäre Wahrheit erweitert enthalten ist.

zB: Urbild = Wahrheit = Archetyp Zahl 18

Als erste dezimale Verformung (erster Spiegel) finden wir die Zahl 1.8, als zweite dezimale Verformung (zweiter fraktaler Spiegel) die Zahl 0.18 und so weiter. Die Summe ergibt sich aus:

$$\Sigma\ 18\ +1.8\ +0.18\ +\ 0.018\ +\ldots\ +\ =\ \Sigma\ 20$$

In diesem Prozess bleibt die ursprüngliche Wahrheit stets erhalten, wenn auch verzerrt und liefert mit der Summe und der Zahl 20 eine Erweiterung, welche über die einzelnen selbstreflektiven Bilder hinausgeht.

Ist die wiederholte Wahrnehmung der ursprünglichen Wahrheit mit dieser nahezu ident, dann enthält die Beweiskette keinerlei zusätzliche Information hinsichtlich der primären Wahrheit. In diesem Falle ist die Momentaufnahme fraktal gespiegelt, aber nicht erweitert was den Beweis überflüssig macht, weil keine neue Information hinzugefügt wird.

Enthält die laufende Beweisführung verzerrte Informationen hinsichtlich der primären Wahrheit, so ist das fraktale Spiegelbild klarerweise nicht mit der Wahrheit identisch und deshalb als Beweis ebenfalls

nicht geeignet. Somit erkennen wir das immanente Paradoxon der Wahrheitsfindung über einen Beweis: die Kraft des Beweises liegt in der größtmöglichen Negation der Wahrheit.

Ist Beweis und Wahrheit dasselbe, bestimmt die subjektive Wahrheit über den Output des Systems, denn wenn die "Wahrheit" wahr ist, ist es auch der Beweis und nicht mehr. Ist die ursprüngliche Wahrnehmung eine Illusion, kann auch der Beweis nur diese Illusion wiedergeben und ist daher überflüssig. Gehen wir davon aus, dass der Beweis mehr oder weniger von der Wahrheit abweicht, ergibt sich der einfache Schluss, dass zwei verschiedene Dinge vorliegen in Folge dessen der Beweis nicht die Wahrheit abbilden kann.

Die Abbildung der Wahrheit über den Beweis erfolgt daher als *dreifach negative* Spiegelung:

Wahrheit	Beweis
Chaos, Irrationalität	nachvollziebare Logik
Singularität	Wiederholbarkeit
Momentaufnahme	Prozess

Die Indizienkette des Beweises formt idealtypisch den Hüllaspekt der Wahrheit, welche auf der Bewusstseinsebene als kardinaler Anteil den Inhalt oder Nektar verkörpert, der im Gefäß des Beweises eingebettet ist.

Originaltext von Dietus Elbl, unverändert. zahlen.cc · office@zahlen.cc
GESTALTUNG UND UMSETZUNG LOTBLICK